

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Analyysi kvaternioilla ja Cliffordin algebroissa
Harjoitus 9
Palautettava kirjallisesti viimeistään 17.11.2006

1. Osoita, että

$$\begin{aligned}(K_\alpha f)(x) = \int_{\partial\Omega} & \left(\alpha\phi_\alpha(x-y)\nu \cdot f(y) - \alpha\phi_\alpha(x-y)\nu \times f(y) \right. \\ & - \frac{\partial}{\partial\nu_x}\phi(x-y)f(y) + (\nabla\phi(x-y) \times \nu(y)) \times f(y) \\ & \left. + (\nabla\phi(x-y) \times \nu(y)) \cdot f(y) \right) ds(y)\end{aligned}$$

2. Osoita, että

$$\begin{aligned}(K_\alpha + K_{-\alpha})f(x) = -2 \int_{\partial\Omega} & \left(\nabla_x\phi(x-y) \times \nu \cdot f(y) - \frac{\partial}{\partial\nu}\phi(x-y)f(y) \right. \\ & \left. + (\nabla\phi(x-y) \times \nu(y)) \times f(y) \right) ds(y)\end{aligned}$$

3. Osoita, että

$$(K_\alpha - K_{-\alpha})f(x) = 2\alpha \int_{\partial\Omega} \left(\phi(x-y)\nu \cdot f(y) - \phi(x-y)\nu(y) \times f(y) \right) ds(y)$$