

Rahoitusteorian välikoe , (21.10.08),

Huom. Saa käyttää taskulaskinta. Kokeen kesto on 4 tuntia. Rahoitusteorian luennot jatkuvat maanantaina 27.10.

Välikokeen Tehtävät

Diskreetti todennäköisyysavaruudessa $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, jossa $P(\{\omega_1\}) = 0.6$, $P(\{\omega_2\}) = 0.1$, $P(\{\omega_3\}) = 0.3$, olkoon satunnaismuuttujat $S^0(\omega), S^1(\omega)$ osakkeiden arvot hetkellä $t = 1$ yhden periodin markkina mallissa. Huomataan että ei ole muita instrumentteja käytössä, siis ei pankkitilia deterministisellä tuotolla ei voi käyttää.

Osakkeiden hinnat hetkellä $t = 0$ ovat $\pi^0 = \pi^1 = 1$,
ja hetkellä $t = 1$ ovat satunnaisia, arvoilla

$$\begin{aligned} S^0(\omega_1) &= 1.8, & S^0(\omega_2) &= S^0(\omega_3) = 0.8, \\ S^1(\omega_1) &= 0.6, & S^1(\omega_2) &= 1.6, & S^1(\omega_3) &= 0.8. \end{aligned}$$

1) Valitse S_0 numeräärinä. löydä kaikki eqivalentti-riskineutraali mittoja $Q \sim P$, ja vastaa perustelemalla kysymyksiin : Onko markkinamalli arbitraasivapaa ? Onko markkinamalli täydellinen ?

2) Löydä myös kaikki eqivalentti-riskineutraali mittoja $Q \sim P$ numeräärillä S_1 .

Edellisessä markkinamallissa, olkoon $X(\omega) := \mathbf{1}(\omega = \omega_1)$ digitaali-optio, jolla hetkellä $t = 1$ saa arvoa 1 jos ja vain jos $\omega = \omega_1$, 0 muuten.

3) Laske arbitraasivapaa hintojen joukko digitaali-optiolle $X(\omega)$.

Tarkastellaan nyt laajennettu osakemalli jolla digitaali-optiolle $X(\omega)$ hetkellä $t = 0$ on sovittu alkuhinta $c(X) = 0.2$.

4) Osoita että laajennettu markkinamalli $(S^0, S^1, X; \pi^0, \pi^1, c(X))$ on arbitraasi vapaa ja täydellinen.

5) Laske hinta-ja suojaus strategia toiselle digitaali-optiolle $Y(\omega) := \mathbf{1}(\omega = \omega_2)$ laajennetussa markkinamallissa $(S^0, S^1, X; \pi^0, \pi^1, c(X))$.

